



گزینه ۱

۱

$$C = \frac{q_1}{V_1} = \frac{q_2}{V_2} \Rightarrow \frac{q_1}{V_1} = \frac{q_1 + \varphi_0}{\frac{3}{2}V_1} \Rightarrow q_1 = \varphi_0 \mu C$$

$$q_2 = q_1 + \varphi_0 = \varepsilon_0 \mu C$$

$$U_2 - U_1 = \varphi_{00}$$

$$\frac{1}{2} q_2 V_2 - \frac{1}{2} q_1 V_1 = \varphi_{00}$$

$$\varepsilon_0 \times \frac{3}{2} V_1 - \varphi_0 \times V_1 = \varphi_{00} \Rightarrow V_1 = 8 \text{ ولت}$$

$$C = \frac{q_1}{V_1} = \frac{\varphi_0}{8} = 5 \mu F$$

گزینه ۱

۲

راه حل اول:

$$U_2 - U_1 = \varphi_0 \xrightarrow{U = \frac{q^2}{2C}} \frac{(1/2 \varepsilon q)^2}{2 \times \varepsilon} - \frac{q^2}{2 \times \varepsilon} = \varphi_0 \Rightarrow (1/2 \varepsilon)^2 q^2 - q^2 = \varphi_{00} \Rightarrow \frac{2 \varepsilon}{16} q^2 - q^2 = \varphi_{00} \Rightarrow q = \varphi_0 \mu C$$

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow \varepsilon = \frac{\varphi_0}{V} \Rightarrow V = 8 \text{ V}$$

راه حل دوم:

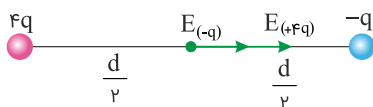
باتوجه به اینکه مشخصات خازن تغییر نکرده است طبق تعریف $C = \kappa \varepsilon_0 \frac{A}{d}$ ظرفیت خازن ثابت است:

$$C = \frac{q}{V} \xrightarrow{C \text{ ثابت می ماند}} \frac{q_1}{V_1} = \frac{q_2}{V_2} \xrightarrow{q_2 = 1/2 \varepsilon q_1} V_2 = 1/2 \varepsilon V_1$$

$$U_2 - U_1 = \varphi_0 \xrightarrow{U = \frac{1}{2} C V^2} \varphi_0 = \frac{1}{2} \times \varepsilon ((1/2 \varepsilon)^2 - 1) V_1^2$$

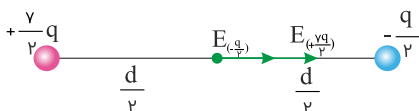
$$\Rightarrow V_1 = 8 \text{ V}$$

حالت اول:



$$\left. \begin{aligned} E_1 &= E_{(-q)} + E_{(+q)} \\ E_{(+q)} &= \epsilon E_{(-q)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_1 = \epsilon E_{(-q)} = \epsilon k \frac{q}{\left(\frac{d}{\epsilon}\right)^2}$$

حالت دوم:



$$\left. \begin{aligned} E_2 &= E_{(-\frac{q}{\epsilon})} + E_{(+\frac{q}{\epsilon})} \\ E_{(+\frac{q}{\epsilon})} &= \epsilon E_{(-\frac{q}{\epsilon})} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_2 = \epsilon E_{(-\frac{q}{\epsilon})} = \epsilon k \frac{\frac{q}{\epsilon}}{\left(\frac{d}{\epsilon}\right)^2} = \epsilon k \frac{q}{\left(\frac{d}{\epsilon}\right)^2}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\epsilon k \frac{q}{\left(\frac{d}{\epsilon}\right)^2}}{\epsilon k \frac{q}{\left(\frac{d}{\epsilon}\right)^2}} = \frac{\epsilon}{\epsilon}$$

تذکر: برای حل این گونه سؤالات رسم شکل کار را ساده تر می کند.

گام اول: با استفاده از رابطه $E = k \frac{|q|}{r^2}$ ، بزرگی میدان الکتریکی در فاصله های 30 cm و 10 cm از بار را به دست می آوریم و اختلاف آن ها را برابر با $1/6 \times 10^6 \text{ N/C}$ قرار می دهیم؛ بنابراین:

$$\begin{aligned} E_2 - E_1 &= 1/6 \times 10^6 \\ \Rightarrow \frac{k|q|}{(0/1)^2} - \frac{k|q|}{(0/3)^2} &= 1/6 \times 10^6 \Rightarrow k|q| = 180 \end{aligned}$$

گام دوم: حالا می توانیم میدان الکتریکی بار را در فاصله ۱ متری آن به دست بیاوریم:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} = \frac{180}{1^2} = 180 \text{ N/C}$$

گام اول: بار اولیهٔ خازن را برحسب میکروکولن Q_1 در نظر می‌گیریم. با انتقال بار $6 \mu C$ از صفحهٔ منفی به صفحهٔ مثبت بار خازن به $Q_1 - 6 = Q_2$ می‌رسد.
گام دوم: انرژی خازن در هر دو حالت را برحسب Q و C به دست می‌آوریم و اختلاف این دو انرژی را برابر با $28/5 \mu J$ قرار می‌دهیم؛ بنابراین:

$$\begin{cases} U_1 = \frac{Q_1^2}{2C} = \frac{Q_1^2}{2 \times 12} = \frac{Q_1^2}{24} (\mu J) \\ U_2 = \frac{Q_2^2}{2C} = \frac{(Q_1 - 6)^2}{2C} = \frac{(Q_1 - 6)^2}{24} (\mu J) \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_1 - U_2 = 28/5 \Rightarrow \frac{Q_1^2}{24} - \frac{(Q_1 - 6)^2}{24} = 28/5$$

$$\frac{Q_1^2 - (Q_1^2 - 12Q_1 + 36)}{24} = 28/5 \mu J$$

$$\Rightarrow \frac{12Q_1 - 36}{24} = 28/5 \Rightarrow \frac{12(Q_1 - 3)}{24} = 28/5$$

$$\Rightarrow \frac{Q_1 - 3}{2} = 28/5 \Rightarrow Q_1 = 60 \mu C$$

گام سوم: حالا از رابطهٔ $C = \frac{Q}{V}$ مقدار V_1 را به دست می‌آوریم:

$$C = \frac{Q_1}{V_1} \Rightarrow 12 = \frac{60}{V_1} \Rightarrow V_1 = 5V$$

توجه کنید: در رابطهٔ $U = \frac{Q^2}{2C}$ ، اگر Q و C را به ترتیب برحسب μC و μF قرار دهیم، U برحسب میکروژول به دست می‌آید.

گام اول: چون برآیند نیروهای وارد بر بار q_1 صفر است، نیرویی که از طرف بارهای q_2 و q_3 به آن وارد می‌شود، باید خلاف جهت یکدیگر و باهم هم‌اندازه باشد؛ بنابراین q_2 و q_3 ناهمنام‌اند. (رد گزینه‌های ۱ و ۳)

گام دوم: برآیند نیروهای وارد بر q_3 صفر است؛ یعنی نیرویی که دو بار q_1 و q_2 به بار q_3 وارد می‌کنند، هم‌اندازه هستند؛ پس:

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{(r+x)^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{x^2}$$

$$\xrightarrow{|q_1| = \frac{3}{4}|q_2|} \frac{\frac{3}{4}|q_2|}{(r+x)^2} = \frac{|q_2|}{x^2} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{\frac{3}{2}}{r+x} = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow r+x = \frac{3}{2}x \Rightarrow r = \frac{1}{2}x \Rightarrow \frac{x}{r} = 2$$

پس مشخص است که گزینهٔ ۴ پاسخ صحیح است.

اما نسبت $\frac{q_3}{q_2}$ را هم قابل محاسبه است. باتوجه‌به اینکه برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 صفر است داریم:

$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = k \frac{|q_3||q_2|}{x^2}$$

$$\xrightarrow{|q_1| = \frac{3}{4}|q_2|} \frac{\frac{3}{4}|q_2|}{(\frac{1}{2}x)^2} = \frac{|q_3|}{x^2} \Rightarrow 9|q_2| = |q_3| \xrightarrow{\text{ناهمنام‌اند}} q_3 = -9q_2$$

$$E = E_1 + E_2 = K \frac{2q}{r^2} + K \frac{6q}{(2r)^2} = \frac{2}{3} K \frac{2q}{r^2}$$

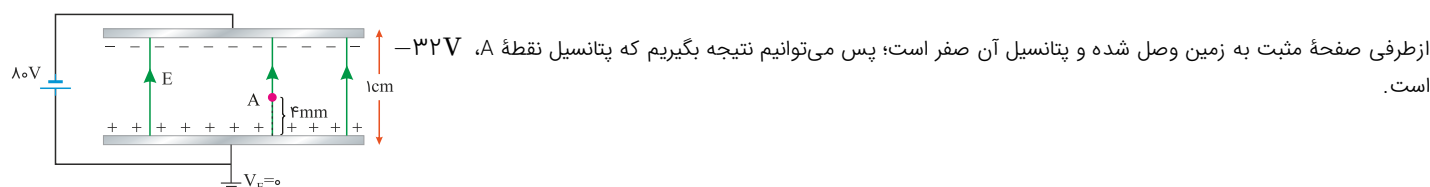
$$q_1 = -2q + 3q = q \quad q_2 = 3q \quad E' = |E'_1 - E'_2| = K \frac{q}{r^2} - K \frac{3q}{(2r)^2} = \frac{1}{3} K \frac{q}{r^2}$$

$$\frac{E'}{E} = \frac{\frac{1}{3} K \frac{q}{r^2}}{\frac{2}{3} K \frac{2q}{r^2}} = \frac{1}{12}$$

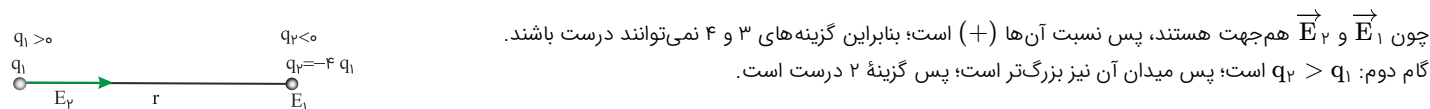
گام اول: از آنجایی که میدان بین صفحه‌ها یکنواخت است، از رابطه $E = \frac{V}{d}$ اختلاف پتانسیل نقطه A و صفحه (+) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta V_{\text{صفحه}}}{d} = \frac{\Delta V_A}{d} \Rightarrow \frac{\lambda_0}{1} = \frac{\Delta V_A}{0.4} \Rightarrow \Delta V_A = 32V$$

گام دوم: هرچه در جهت میدان حرکت کنیم پتانسیل نقاط کاهش می‌یابد.



گام اول: جهت میدان هریک از بارها را در محل دیگری به دست می‌آوریم:



$$\tan \alpha = \frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{2/5}{6}$$

$$\frac{q_2}{q_1} \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 = \frac{2/5}{6}$$

$$\frac{q_2}{5} \left(\frac{2/5}{6} \right)^2 = \frac{2/5}{6} \Rightarrow q_2 = 12 \mu C$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

$$\frac{1/125 \times 10^9}{18 \times 10^9} = \left(\frac{5}{r_1}\right)^2 \Rightarrow r_1^2 = \frac{18 \times 25}{1/125} \Rightarrow r_1 = 20 \text{ cm}$$

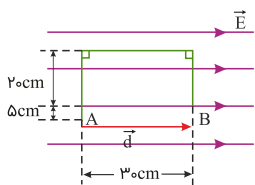
$$E_1 = K \frac{q_1}{r_1^2}$$

$$18 \times 10^9 = 9 \times 10^9 \frac{q_1}{(5 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow q_1 = 50 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q_1 = 50 \mu\text{C}$$

گام اول: اندازه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی E از رابطه $|\Delta U| = E|q|d$ به دست می‌آید که در این رابطه، d اندازه جابه‌جایی ذره در راستای میدان است؛ بنابراین اندازه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار برابر است با:

$$|\vec{d}| = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$$

$$|\Delta U| = E|q|d = 10^5 \times 5 \times 10^{-6} \times 0.3 = 0.15 \text{ J}$$



گام دوم: با جابه‌جایی بار منفی در جهت میدان، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد؛ بنابراین $\Delta U = +0.15 \text{ J}$ است. توجه کنید: سایر فاصله‌های داده‌شده روی شکل اضافه است و نیازی به هیچ‌کدام از آن‌ها نیست.

اگر ساختمان خازنی که به باتری متصل است را دست‌کاری کنیم، اختلاف پتانسیل آن ثابت می‌ماند؛ پس (ب) نمی‌تواند درست باشد؛ بنابراین گزینه ۱ و ۳ نادرست هستند.

از رابطه $E = \frac{V}{d}$ داریم:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2}$$

پس جمله (الف) درست است. با توجه به رد گزینه‌های ۱ و ۳ می‌فهمیم که گزینه درست گزینه ۲ است.

جمله‌های (پ) و (ت) را هم بررسی می‌کنیم:

(پ) از رابطه $C = k\epsilon_0 \frac{A}{d}$ داریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{k_2}{k_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 1 \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(ت) از رابطه $Q = CV$ داریم:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

$$C = 2 \times 10^{-6} \text{ F}$$

$$V_2 = V_1 + 1$$

$$U_2 - U_1 = 5 \times 10^{-6} \text{ J}$$

$$\frac{1}{2}CV_2^2 - \frac{1}{2}CV_1^2 = 5 \times 10^{-6}$$

$$\frac{1}{2}C((V_1 + 1)^2 - V_1^2) = 5 \times 10^{-6}$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-6}(V_1^2 + 1 + 2V_1 - V_1^2) = 5 \times 10^{-6}$$

$$V_1 = 2 \text{ V}$$

اگر بارهای الکتریکی برحسب μC و فاصله برحسب cm باشد، می‌توانیم $K = 9 \times 10^9$ بگیریم:

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} 0/9 = 9 \times 10^9 \frac{q_1 q_2}{3600} \rightarrow q_1 q_2 = 36 \\ 1/6 = 9 \times 10^9 \frac{q'_1 q'_2}{3600} \rightarrow q'_1 q'_2 = 64 \end{cases}$$

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 - q_2}{2}$$

$$\frac{(q_1 - q_2)^2}{4} = 64 \rightarrow q_1 - q_2 = 16$$

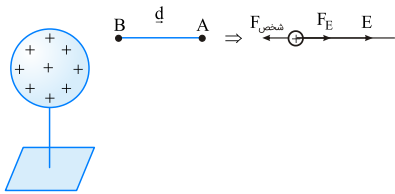
$$\left. \begin{aligned} q_1 q_2 &= 36 \\ q_1 - q_2 &= 16 \end{aligned} \right\} \Rightarrow q_1 = 2 \mu\text{C}$$

ذره و کره هر دو دارای بار مثبت هستند؛ بنابراین نیروی الکتریکی بین آنها دافعه است. به این ترتیب و مطابق شکل زیر نیرویی که کره بر ذرهٔ باردار وارد می‌کند در جهت حرکت ذره است. پس کار این نیرو، مثبت است: $W' > 0$.

از آنجاکه ذره با سرعت ثابت در حرکت است، لذا نیروی شخص باید در خلاف جهت نیروی شخص در خلاف جهت حرکت ذره خواهد بود، پس: $W < 0$.

با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد؛ پس:

$$\begin{cases} \Delta V = V_A - V_B \\ V_A < V_B \end{cases} \Rightarrow \Delta V < 0$$



بنابراین گزینهٔ "۳" صحیح است:

$$\Delta V < 0, W' > 0, W < 0$$

$$q_2 = q_1 + 3 \text{ mC}$$

$$U_2 = U_1 + 900 \text{ mJ} \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{15} - \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{15} = 900 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \frac{q_2^2 - q_1^2}{30} = 0/9 \Rightarrow (q_1 + 3)^2 - q_1^2 = 27$$

$$\Rightarrow q_1^2 + 9 + 6q_1 - q_1^2 = 27 \Rightarrow 6q_1 = 18 \Rightarrow q_1 = 3 \text{ mC}$$

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{c} = \frac{9 \times 10^{-6}}{2 \times 15 \times 10^{-6}} = \frac{3}{10} \text{ J} \times 10^3 = 300 \text{ mJ}$$

چند درصد از بار q_2 را به q_1 منتقل کنیم تا در همان فاصله، نیروی دافعه بین بارهای الکتریکی بیشینه شود؟ ← هرگاه مجموع دو کمیت ثابت باشد، حاصل ضرب آنها زمانی بیشینه خواهد بود که دو مقدار باهم برابر باشند.

مقدار ثابت $= q_1 + 2q_1 = 3q_1 = (q_1 + q_2)$ حالت اول
بنابراین در حالت دوم، بارها باهم برابر هستند و مقدارشان $q'_1 = q'_2 = \frac{3q_1}{2}$ است. در نتیجه درصد تغییرات بار q_2 برابر است با:

$$\frac{\Delta q_2}{q_2} \times 100 = \frac{q'_2 - q_2}{q_2} \times 100 = \frac{\frac{3q_1}{2} - 2q_1}{2q_1} \times 100 = -25\%$$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q برابر است با:

$$\Delta U = -W_{\text{میدان}} = -5 \times 10^{-5} \text{ J}$$

باتوجه به رابطه زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه A و B را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \xrightarrow{q=+2 \times 10^{-6} \text{ C}} \Delta V = \frac{-5 \times 10^{-5}}{+2 \times 10^{-6}} = -25 \text{ V}$$

الف) ذره باردار به جرم $m = 1 \text{ g} = 10^{-3} \text{ kg}$

ب) از نقطه‌ای به پتانسیل الکتریکی $+100 \text{ V}$ ولت از حال سکون به حرکت درمی‌آید ← $V_1 = +100 \text{ V}$ ، $v_1 = 0 \text{ m/s}$

ج) با سرعت 10 m/s بر ثانیه به نقطه دیگری به پتانسیل الکتریکی -100 V ولت می‌رسد ← $V_2 = -100 \text{ V}$ ، $v_2 = 10 \text{ m/s}$

باتوجه به قانون پایستگی انرژی مکانیکی و اینکه در این حرکت ذره، دو نوع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل الکتریکی داریم، تغییرات انرژی جنبشی در طی این حرکت برابر است با تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی؛ بنابراین:

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 10^{-3} \times (10)^2 = 5 \times 10^{-3} \text{ J} \Rightarrow \Delta U = 5 \times 10^{-3} \text{ J}$$

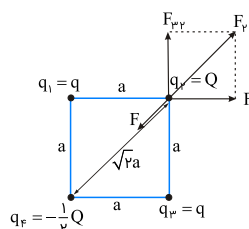
با استفاده از رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ ، بار الکتریکی ذره را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow (-100) - (100) = \frac{5 \times 10^{-3}}{q}$$

$$\Rightarrow |q| = \frac{5 \times 10^{-3}}{200} = 2.5 \times 10^{-5} \text{ C} = 25 \mu\text{C}$$

باتوجه به بردارهای نیرو و اینکه برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 صفر است، داریم:

(دقت شود برای اینکه برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 صفر شود، باید بارهای q و Q همنام باشند تا مطابق شکل این اتفاق بیفتد)



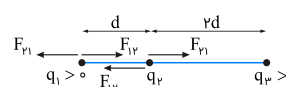
$$\begin{cases} F_{12} = \frac{kq_1q_2}{r_{12}^2} = \frac{kqQ}{a^2} \\ F_{42} = \frac{kq_4q_2}{r_{42}^2} = \frac{kqQ}{a^2} \end{cases} \Rightarrow F_2 = \sqrt{2} \frac{kqQ}{a^2}$$

$$F_{32} = \frac{kq_3q_2}{r_{32}^2} = \frac{k\frac{1}{4}QQ}{\sqrt{2}a^2} = \frac{1}{4} \frac{kQ^2}{a^2}$$

برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 صفر است $\Rightarrow F_2 = F_{32} \Rightarrow \sqrt{2} \frac{kqQ}{a^2} = \frac{1}{4} \frac{kQ^2}{a^2}$

$$\Rightarrow \frac{Q}{q} = 4\sqrt{2}$$

برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 هم‌اندازه برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر q_2 است، بنابراین داریم:



$$\begin{cases} F_{21} = k \frac{q_1q_2}{(rd)^2} = k \frac{q_1q_2}{d^2} \\ F_{12} = k \frac{q_1q_2}{d^2} = k \frac{q_1^2}{d^2} \end{cases} \Rightarrow F_{T1} = |F_{21} - F_{12}| = k \frac{q_1}{d^2} \left| q_2 - \frac{q_2}{4} \right|$$

$$\begin{cases} F_{12} = k \frac{q_1q_2}{d^2} = k \frac{q_1^2}{d^2} \\ F_{21} = k \frac{q_2q_1}{(rd)^2} = k \frac{q_1q_2}{4d^2} \end{cases} \Rightarrow F_{T2} = |F_{12} - F_{21}| = k \frac{q_1}{d^2} \left| q_2 - \frac{q_2}{4} \right|$$

$$F_{T1} = F_{T2} \Rightarrow k \frac{q_1}{d} \left| q_2 - \frac{q_2}{4} \right| = k \frac{q_1}{d} \left| q_2 - \frac{q_2}{4} \right| \Rightarrow q_2 - \frac{q_2}{4} = \frac{q_2}{4} - q_2 \Rightarrow 4q_2 = \frac{1}{3}q_2 \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{1}{13}$$

$$U_1 = \frac{1}{\infty} U_2 \Rightarrow U_2 = \Delta U_1$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2 \Rightarrow \Delta = \frac{C_2}{C_1} \left(\frac{r_{\infty}}{r_{\infty}} \right)^2 \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\Delta}{4}$$

فرض می‌کنیم به‌اندازهٔ x از یک بار کم و به بار دیگر اضافه کرده‌ایم:

$$F' = F - \frac{\Delta^2}{100} F = \frac{99}{100} F$$

$$r' = r + \frac{\frac{2}{100} \Delta}{\frac{1}{F}} r = \frac{5}{F} r$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{(q-x)(q+x)}{q \cdot q} \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \Rightarrow \frac{99}{100} = \frac{q^2 - x^2}{q^2} \times \frac{16}{25}$$

$$12q^2 = 16q^2 - 16x^2 \Rightarrow 16x^2 = 4q^2 \Rightarrow 4x^2 = q^2 \Rightarrow 2x = q$$

$$\Rightarrow \frac{x}{q} = \frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

طبق فرمول ظرفیت خازن تخت $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ باید از دی‌الکتریکی استفاده کنیم که نسبت $\frac{\kappa}{d}$ آن بیشترین مقدار باشد تا بیشترین ظرفیت خازن حاصل شود:

$$\text{میکا: } \frac{\kappa}{d} = \frac{Y}{0.3} = \frac{Y_0}{3}$$

$$\text{شیشه: } \frac{\kappa}{d} = \frac{5}{0.2 \times 10} = 2/5$$

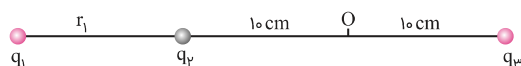
$$\text{پارافین: } \frac{\kappa}{d} = \frac{2}{0.1 \times 10} = 2$$

$$\text{پلاستیک: } \frac{\kappa}{d} = \frac{3}{0.2} = 15$$

مشاهده می‌شود که نسبت $\frac{\kappa}{d}$ برای میکا از مواد دیگر، بزرگ‌تر است، لذا بیشترین ظرفیت خازن با استفاده از میکا حاصل می‌شود.

$$E = k \frac{q}{r^2} \Rightarrow 10^5 = 9 \times 10^9 \frac{q}{9 \times 10^{-2}} \Rightarrow q = 1 \mu C$$

$$F = Eq' \Rightarrow 0.02 = 10^5 q' \Rightarrow q' = 0.2 \mu C$$



طبق صورت سؤال در ابتدا که نیروی وارد بر هر یک از بارها صفر است، برای q_2 داریم:

$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow k \frac{q_1 q_2}{r_1^2} = k \frac{q_3 q_2}{r_3^2}$$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{q_3} = \left(\frac{r_1}{r_3} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{r_1}{30 - r_1} \Rightarrow r_1 = 10 \text{ cm}$$

در این حالت برای بار q_1 نیز برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. باتوجه به اینکه بارهای q_1 و q_3 هر دو مثبت هستند و نیروی F_{31} وارد بر بار q_1 از سوی بار q_3 به سمت چپ است، لذا برای خنثی شدن این نیرو، باید نیروی F_{21} از طرف بار q_2 به سمت راست بر بار q_1 وارد شود که در این صورت علامت بار q_2 باید منفی باشد.

$$|F_{21}| = |F_{31}| \Rightarrow \frac{|q_2|}{r_1^2} = \frac{q_3}{30^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{10^2} = \frac{\lambda}{30^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{\lambda}{9} \mu C \Rightarrow q_2 = -\frac{\lambda}{9} \mu C$$

برآیند نیروهای وارد بر q_4 :

$$F = |F_{24} + F_{34} - F_{14}|$$

$$\Rightarrow F = 90 \frac{\frac{\lambda}{9} \times 1}{10^2} + 90 \frac{\lambda \times 1}{10^2} - 90 \frac{2 \times 1}{20^2} \Rightarrow F = 7/55 N$$

$$q_1 = +\lambda_0 \mu C \quad q_2 = -\lambda_0 \mu C \quad \vec{F} = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \xrightarrow[r=\text{فاصله بین دو بار ثابت است}]{k=\text{عدد ثابت}} \vec{F} \propto |q_1| |q_2| \Rightarrow \begin{cases} \text{حالت اول: } F \propto \lambda_0 \times \lambda_0 \\ \text{حالت دوم: } F' \propto \epsilon_0 \times \lambda_0 \end{cases}$$

$$q_1 = \epsilon_0 \mu C \quad q_2 = -\lambda_0 \mu C \quad \frac{F'}{F} = \frac{\epsilon_0 \times \lambda_0}{\lambda_0 \times \lambda_0} = \frac{\lambda}{\epsilon_0} = \frac{9}{20} \Rightarrow \frac{\Delta F}{F} \times 100 = \frac{\frac{9}{20} - 1}{1} \times 100 = \frac{-11}{20} \times 100 = -55\%$$

$$\frac{E'}{E} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{E'}{r/2 \times 10^8} = \left(\frac{0.1}{0.9}\right)^2 \Rightarrow E' = \frac{16}{9} \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$F = E' q' = \frac{16}{9} \times 10^5 \times 9 \times 10^{-6} = 1/6 \text{ N}$$

$$U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^2 = 250 \mu J$$

$$|\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}| = |\vec{F}_{13}|$$

$$\begin{cases} \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = +\vec{F}_{13} \Rightarrow \vec{F}_{23} = 0 \Rightarrow q_2 = 0 \Rightarrow \text{در گزینه‌ها نداریم} \\ \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = -\vec{F}_{13} \Rightarrow -2\vec{F}_{13} = \vec{F}_{23} \Rightarrow |2\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{23}| \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2 \times k \frac{|\epsilon \mu C| |q_2|}{\epsilon L^2} = k \frac{|q_2| |q_3|}{L^2} \Rightarrow |q_2| = 2 \mu C$$

با توجه به اینکه نیروی $\vec{F}_{13}$ و $\vec{F}_{23}$ خلاف جهت یکدیگرند، q_2 علامتش قرینه q_1 و منفی است:

$$q_2 = -2 \mu C$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{10/8 \text{ N} \vec{i} - 14/4 \text{ N} \vec{j}}{2 \times 10^{-6}} = 5/4 \times 10^6 \text{ N/C} \vec{i} - 7/2 \times 10^6 \text{ N/C} \vec{j}$$

$$|\vec{E}| = \sqrt{(5/4 \times 10^6)^2 + (7/2 \times 10^6)^2} = \sqrt{11 \times 10^{12}} = 9 \times 10^6 \text{ N/C}$$

گام اول

- الف) دو صفحه موازی به فاصله 2 cm از هم قرار دارند $\leftarrow 0.02 \text{ m}$ $d = 2 \text{ cm}$
 ب) اختلاف پتانسیل الکتریکی 500 V ولت ایجاد کرده‌ایم $\leftarrow \Delta V = 500 \text{ V}$
 ج) اگر یک ذره آلفا بین این دو صفحه قرار گیرد $\leftarrow n = 2$
 د) نیروی الکتریکی وارد بر آن چند نیوتن خواهد شد؟ $\leftarrow F = ?$

گام دوم

ابتدا با استفاده از رابطه $q = ne$ ، مقدار بار الکتریکی ذره آلفا را حساب کرده و سپس به کمک روابط $E = \frac{\Delta V}{d}$ و $F = Eq$ خواهیم داشت:

$$q = ne \Rightarrow q = 2 \times 1/6 \times 10^{-19} = 3/2 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow E = \frac{500}{0.02} = 25000 \text{ N/m}$$

$$F = Eq \Rightarrow F = 25000 \times 3/2 \times 10^{-19} = 8 \times 10^{-15} \text{ N}$$

گام اول

الف) چند الکترون باید از یک سکه خنثی خارج شود $\leftarrow n = ?$
 ب) تا بار الکتریکی آن $+1\mu C$ شود $\leftarrow q = 1\mu C$

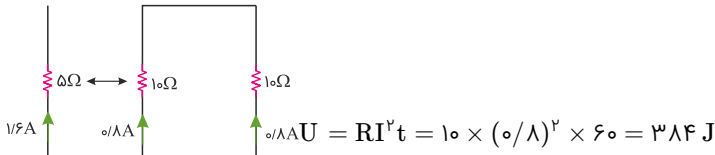
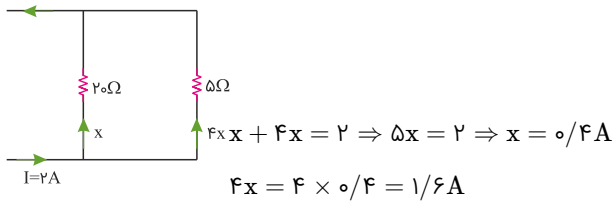
گام دوم

با استفاده از رابطه $q = ne$ داریم:

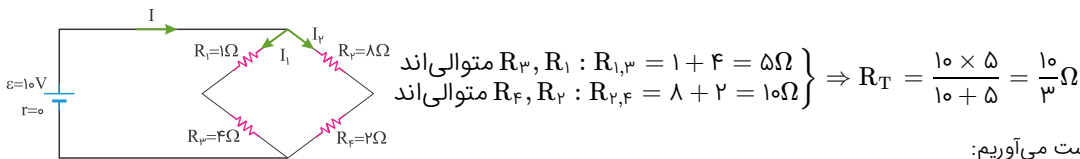
$$q = ne \Rightarrow 1 \times 10^{-6} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 6/25 \times 10^{13} \text{ الکترون}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow \nu = \frac{12}{R_{eq} + 2} \Rightarrow R_{eq} = 4\Omega$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{10} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{4} - \frac{1}{10} - \frac{1}{20} \Rightarrow R = 10\Omega$$



ابتدا جریان I_1 ، I_2 را حساب کرده و سپس طبق رابطه $U = R_3 I_1^2 t$ انرژی مصرفی در R_3 را محاسبه می‌کنیم:



حال جریان کل (I) و مقادیر I_1 و I_2 را به دست می‌آوریم:

$$R_T = \frac{V}{I_T} \Rightarrow \frac{10}{3} = \frac{4}{I_T} = \frac{10}{I_T} \Rightarrow I_T = 3 \text{ A}$$

$R_{1,2}$ یا $R_{3,4}$ موازی بوده و اختلاف پتانسیل آن‌ها یکسان است.

$$V_{1,2} = V_{3,4} \Rightarrow R_{3,4} I_2 = R_{1,2} I_1 \Rightarrow 10 I_2 = 9 I_1 \Rightarrow 2 I_2 = I_1 \quad (1)$$

طبق قانون گره‌ها داریم:

$$I = I_1 + I_2 \xrightarrow{(1)} I = 2 I_2 + I_2 = 3 I_2 \Rightarrow 3 = 3 I_2 \Rightarrow I_2 = 1 \text{ A}, I_1 = 2 \text{ A}$$

$$U_3 = R_3 I_1^2 t = 4 \times (2)^2 \times 3 = 48 \text{ J}$$

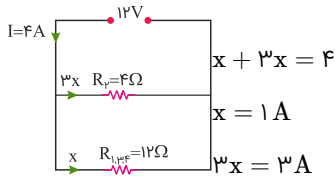
$$R_1, R_3 \Rightarrow R_{1,3} = 4\Omega$$

$$R_{1,3}, R_4 \Rightarrow R_{1,3,4} = 4 + 8 = 12\Omega$$

$$R_{1,3,4}, R_2 \Rightarrow R_{eq} = 3\Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{12}{3} = 4A$$

آمپرسنج A_1 جریان کل یعنی $4A$ را نشان می‌دهد.



آمپرسنج A_2 جریان x را نشان می‌دهد.

$$x = 1A$$

گام اول: چون در شاخه وسط، نقاط ab به هم اتصال ندارند، هیچ جریانی از این شاخه عبور نمی‌کند و آن را مدار حذف می‌کنیم:

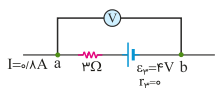
گام دوم: جریان مدار را با استفاده از رابطه $I = \frac{\epsilon_T}{R_{eq} + r_1 + r_2}$ به دست می‌آوریم. باتوجه به جهت پیکان نیروی محرکه باتری‌ها، $\epsilon_T = \epsilon_1 - \epsilon_3$ است و

جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\epsilon_T}{R_{eq} + r_1 + r_2} = \frac{16 - 4}{4 + 3 + 6 + 2 + 0} = \frac{12}{15} = 0.8A$$

جهت جریان به صورت پادساعتگرد در مدار است.

گام سوم: از یک سر ولت‌سنج شروع به حرکت درون مدار می‌کنیم تا به سر دیگر آن برسیم. اختلاف پتانسیل به دست آمده بین دو سر ولت‌سنج همان عدد ولت‌سنج است.



$$V_a - 3I - \epsilon_3 = V_b \Rightarrow V_a - 2.4 - 4 = V_b$$

$$\Rightarrow V_a - V_b = 6.4V \Rightarrow \text{عدد ولت‌سنج} = V = 6.4V$$

توان مصرفی لامپ را محاسبه می‌کنیم.

$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$\frac{P}{P'} = \left(\frac{V}{V'}\right)^2 \Rightarrow \frac{100}{P'} = \left(\frac{220}{220}\right)^2 \Rightarrow P' = \frac{10^4}{121} W = \frac{10}{121} kW$$

$$U = P \cdot t = \frac{10}{121} \times 11 = \frac{10}{11} kWh$$

گام اول: چون $\frac{1}{\rho}$ سیم را نگه داشته‌ایم، حجم سیم باقی‌مانده با هر تغییری در ابعاد، $\frac{1}{\rho}$ حجم سیم اولیه خواهد بود. طبق گفته تست در نهایت طول سیم باقی‌مانده برابر با طول سیم اولیه است و می‌دانیم که حجم آن $\frac{1}{\rho}$ حجم سیم اولیه است؛ بنابراین نسبت سطح مقطع سیم پس از دو تغییر متوالی به سطح مقطع اولیه سیم برابر است با:

$$V_2 = \frac{1}{\rho} V_1 \Rightarrow A_2 L_2 = \frac{1}{\rho} A_1 L_1 \xrightarrow{L_1=L_2} A_2 = \frac{1}{\rho} A_1$$

گام دوم: حالا با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ به صورت نسبتی، مقاومت سیم پس از دو تغییر را به دست می‌آوریم:

$$\frac{R'}{R} = \frac{\rho'}{\rho} \times \frac{L'}{L} \times \frac{A}{A'} \Rightarrow \frac{R'}{R} = 1 \times 1 \times \frac{1}{1} \Rightarrow R' = 24 \Omega$$

توجه کنید که رابطه را به صورت مستقیم بین مقاومت اولیه و مقاومت نهایی سیم نوشته‌ایم.

هنگامی که لغزنده رئوسا از نقطه A به نقطه B برده می‌شود، مقاومت کل مدار افزایش می‌یابد؛ بنابراین جریان شاخه اصلی کاهش می‌یابد بنابراین:

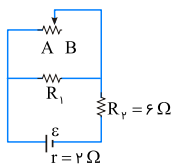
جریان عبوری از مقاومت R_2 و در نتیجه ولتاژ دو سر این مقاومت کاهش می‌یابد: $I_{R_2} \downarrow \Rightarrow V_{R_2} \downarrow$

همچنین جریان عبوری از مقاومت درونی (مولد) نیز کاهش می‌یابد؛ بنابراین ولتاژ خروجی مولد افزایش می‌یابد: $I_r \downarrow \Rightarrow V_{\text{خروجی مولد}} \uparrow$

در نتیجه ولتاژ دو سر مقاومت R_1 و شاخه بالایی افزایش می‌یابد؛ که در نتیجه جریان عبوری از مقاومت R_1 و به تبع آن توان مصرفی این مقاومت افزایش می‌یابد:

$$V_{R_1} \uparrow \Rightarrow I_{R_1} \uparrow \xrightarrow{P_{R_1}=R_1 I_1} P_{R_1} \uparrow$$

باتوجه به اینکه بیشترین توان خروجی مولد وقتی رخ می‌دهد که $r = R_T$ باشد (که با توجه به شکل $r = 2$ است یعنی بیشینه توان خروجی مولد به ازای $R_T = 2$ رخ می‌دهد) و هر چه مقدار R_T از مقدار r فاصله بگیرد، توان خروجی مولد کمتر است. با این توضیح و با توجه به اینکه با انتقال لغزنده از نقطه A به نقطه B، R_T زیاد می‌شود (از 6Ω به 8Ω هم که قطعاً بیشتر است) و فاصله آن از r بیشتر شده، توان خروجی مولد کاهش می‌یابد.



با افزایش مقدار یک مقاومت جریان کلی مدار (جریان عبوری از باتری) کاهش می‌یابد.

$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow{I \downarrow} V \uparrow$$

همچنین ولتاژ دو سر آن مقاومتی که افزایش یافته نیز افزایش می‌یابد.

$$I \downarrow \Rightarrow R \uparrow \Rightarrow \text{عدد آمپرسنج} \downarrow$$

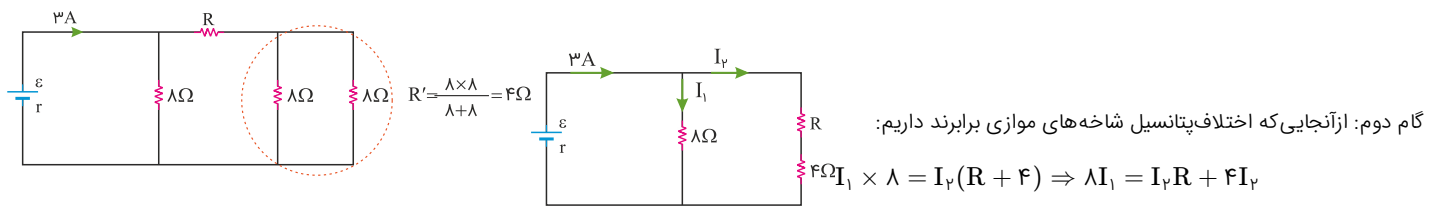
گام اول: جریان عبوری از مقاومت $10/1 \Omega$ در نظر می‌گیریم. چون دو مقاومت 10Ω و 5Ω موازی‌اند، نسبت جریان عبوری از آن‌ها به نسبت عکس مقاومت آن‌ها است؛ پس جریان عبوری از مقاومت 5Ω برابر با $2I$ خواهد بود. باتوجه‌به گره A در مدار داریم:

$$2I = I + 1/6 + 2I \Rightarrow \begin{cases} I_{10\Omega} = I = 0/8 A \\ I_{5\Omega} = 2I = 1/6 A \end{cases}$$

گام دوم: چون جریان عبوری از مقاومت 5Ω با جریان عبوری از مقاومت R برابر است، مقدار مقاومت‌هایشان نیز برابر است. پس $R = 5 \Omega$ است. حالا طبق رابطه $U = RI^2 t$ انرژی الکتریکی مقاومت R در مدت ۲۵ دقیقه را به دست می‌آوریم:

$$U = RI^2 t = 5 \times (1/6)^2 \times (25 \times 60) = 19200 J = 19/2 kJ$$

گام اول: مدار را یک مرحله ساده می‌کنیم:



گام دوم: از آنجایی که اختلاف پتانسیل شاخه‌های موازی برابرند داریم:

گام سوم: طبق فرض مسئله $I_2 R = 12V$ و از طرفی $I_1 + I_2 = 3A$ است؛ پس داریم:

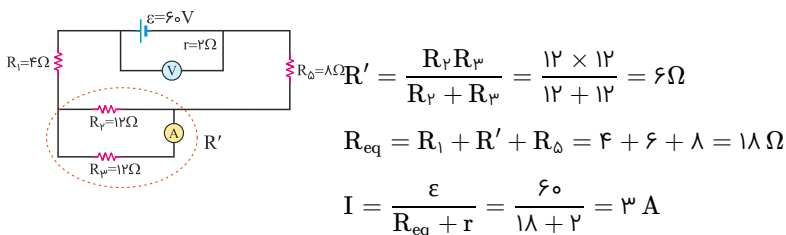
$$1I_1 = 12 + 0.5I_2 \Rightarrow \begin{cases} 2I_1 - I_2 = 3 \\ I_1 + I_2 = 3 \end{cases}$$

$$3I_1 = 6 \Rightarrow I_1 = 2A \Rightarrow I_2 = 1A$$

گام چهارم: از رابطه $I_2 R = 12V$ را به دست می‌آوریم:

$$1 \times R = 12 \Rightarrow R = 12\Omega$$

در نگاه اول متوجه می‌شویم که مقاومت R_4 دچار اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. ابتدا مقاومت کل مدار و جریان کل را محاسبه می‌کنیم:

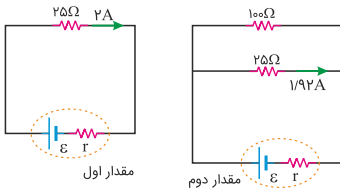


چون ولت‌سنج به دو سر باتری متصل است عددی که نشان می‌دهد را از رابطه $V = \varepsilon - Ir$ به دست می‌آوریم:

$$V = \varepsilon - Ir = 60 - 3 \times 2 = 54V$$

مقاومت‌های R_2 و R_3 هم‌اندازه و موازی‌اند؛ پس جریان به نسبت مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود، پس آمپرسنج عدد $\frac{3}{2}A$ را نشان می‌دهد.

برای هر دو حالت مدار رسم می‌کنیم:



در مدار اول: توان خروجی باتری برابر با توان مصرفی مقاومت ۲۵Ω است:

$$P_1 = RI^2 = 25 \times 4 = 100 \text{ W}$$

در مدار دوم: ابتدا جریان گذرنده از مقاومت ۱۰۰Ω را به دست می‌آوریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow I_2 = 1/92 \times \frac{25}{100} = 0/48$$

سپس مقاومت معادل مقاومت‌های ۲۵Ω و ۱۰۰Ω و جریان گذرنده از مقاومت معادل را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100 \times 25}{125} = 20 \Omega$$

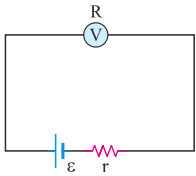
$$I_{eq} = I_1 + I_2 = 1/92 + 0/48 = 2/4 \text{ A}$$

حالا توان مصرفی مقاومت معادل که برابر با توان خروجی باتری است را به دست می‌آوریم:

$$P_2 = R_{eq} I_{eq}^2 \Rightarrow P_2 = 20 \times 2/4^2 = 115/2 \text{ W}$$

توان خروجی در مدار دوم $۱۵/۲ \text{ W}$ بیشتر است.

گام اول: جریان را در جدار تک‌حلقه‌ای که ایجاد شده محاسبه می‌کنیم:



$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{6}{3 + 60 \times 10^3}$$

گام دوم: چون مرتبه بزرگی جریان را باید محاسبه کنیم می‌توانیم از ۳Ω صرف‌نظر کنیم:

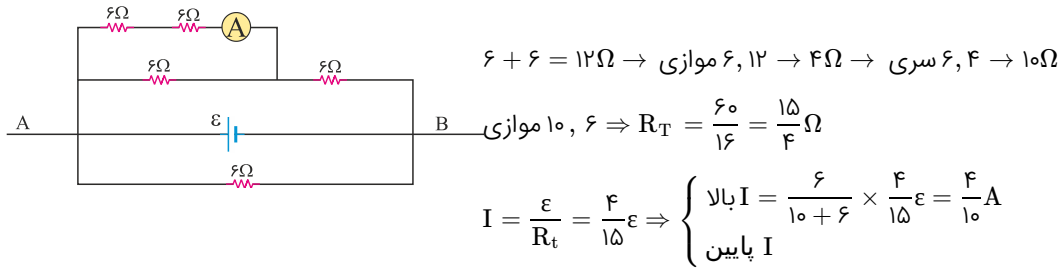
$$I = \frac{6}{60 \times 10^3} = 10^{-4} \text{ A}$$

گام سوم: از رابطه $I = \frac{q}{t} = \frac{ne}{t}$ تعداد الکترون‌های عبوری را در مدت زمان ۶۰s به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{ne}{t} \Rightarrow n = \frac{It}{e} \Rightarrow n = \frac{10^{-4} \times 60}{1/6 \times 10^{-19}} = \frac{3}{0/8} \times 10^{+16}$$

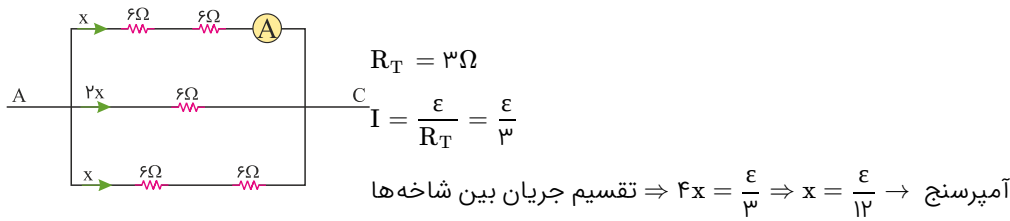
۵ $< \frac{3}{0/8}$ است، پس به جای آن ۱ قرار می‌دهیم؛ بنابراین مرتبه بزرگی تعداد الکترون‌ها $۱۰^{۱۶}$ است.

وقتی مولد بین A و B بسته می‌شود:



$I \text{ بالا} \begin{cases} \text{آمپرسنج} \rightarrow \frac{\varepsilon}{30} = \frac{6}{6 + 12} \times \frac{\varepsilon}{10} = \frac{6}{30} \times \frac{\varepsilon}{10} \\ \text{جریان شاخه آمپرسنج} \\ \text{جریان اهمی} \end{cases}$

وقتی مولد بین A و C بسته می‌شود:



$\frac{I_{AC}}{I_{AB}} = \frac{\frac{\varepsilon}{12}}{\frac{\varepsilon}{30}} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2}$

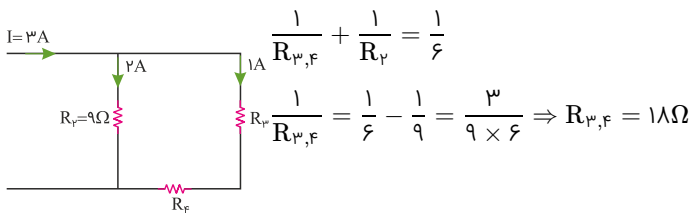
باتوجه به اینکه ولت سنج اختلاف پتانسیل دو سر مولد را نشان می‌دهد، می‌توان نوشت:

$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 2V = 30 - I \times 1 \Rightarrow I = 3A$

ازطرفی به کمک جریان کل مدار می‌توانیم مقاومت معادل مدار را به دست آوریم.

$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow 3 = \frac{30}{R_{eq} + 1} \Rightarrow R_{eq} = 9\Omega$

$R_{eq} = R_1 + R_{2,3,F} \Rightarrow 9 = 3 + R_{2,3,F} \Rightarrow R_{2,3,F} = 6\Omega$



چون توان مصرفی R_F داده شده، می‌توان مقدار این مقاومت را محاسبه نمود:

$P = R_F I^2 \Rightarrow 6 = R_F \times 1^2 \Rightarrow R_F = 6$

$R_3 + R_F = 18 \Rightarrow R_3 = 12\Omega$

$$V_A - Ir_1 + \varepsilon = V_B$$

$$\varepsilon = Ir_1 \quad (۱)$$

$$V_B + \varepsilon - Ir_r - I \frac{R}{r} = V_A$$

$$\varepsilon = Ir_r + \frac{1}{r} IR \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow Ir_r + \frac{1}{r} IR = Ir_1$$

$$\frac{1}{r} R = r_1 - r_r \Rightarrow R = r(r_1 - r_r)$$

$$P_w = P_f \Rightarrow R_w = R_f = r/\omega\Omega$$

$$V_r = V_w + V_f \Rightarrow V_r = 2V_w$$

$$P_r = P_w \Rightarrow \frac{V_r^2}{R_r} = \frac{V_w^2}{R_w} \Rightarrow R_r = rR_w = r \times r/\omega = 18\Omega$$

$$I_r R_r = I_w (R_w + R_f) \Rightarrow I_r \times 18 = I_w \times 9 \Rightarrow I_w = 2I_r$$

$$I_1 = I_r + I_w = I_r + 2I_r = 3I_r$$

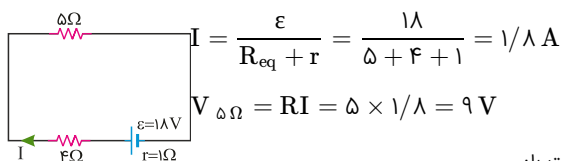
$$R_1 I_1^2 = R_r I_r^2 \Rightarrow R_1 (3I_r)^2 = 18 I_r^2 \Rightarrow R_1 = 2\Omega$$

$$2I_1 + 18I_r = 24 \Rightarrow I_1 + 9I_r = 12 \Rightarrow 3I_r + 9I_r = 12 \Rightarrow I_r = 1A$$

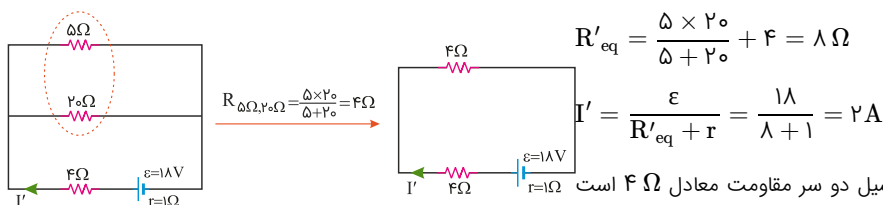
$$P = \frac{\varepsilon^2}{R_{eq}}$$

$$\frac{P_r}{P_1} = \frac{R_1}{R_r} = \frac{\frac{12 \times 6}{12 + 6}}{\frac{12 \times 6}{12 + 6} + 18} = \frac{1}{3}$$

گام اول: قبل از بستن کلید، جریان مدار و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 5Ω را به دست می‌آوریم. در این حالت مقاومت 20Ω در مدار قرار نمی‌گیرد.



گام دوم: با بستن کلید، مقاومت 20Ω به مدار اضافه می‌شود. در این حالت جریان عبوری از باتری برابر است با:



گام سوم: اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 5Ω همان اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل 4Ω است که برابر است با:

$$V_{5\Omega} = V_{4\Omega} = 4I' = 4 \times 2 = 8 V$$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 5Ω به اندازه $-1V = 9 - 8$ تغییر کرده است؛ یعنی مقدار اختلاف پتانسیل دو سر این مقاومت ۱ ولت کاهش یافته است.

$$V = (R + R_A)I \Rightarrow 12 = (R + 5) \cdot 1 \Rightarrow R = 115 \Omega$$

$$P = RI^2 = 115(1)^2 = 115W$$

$$\frac{U_1 t}{U_2 t} = 3 \xrightarrow{P = \frac{U}{t}} \frac{P_{R_1}}{P_{R_2}} = 3 \xrightarrow{P = RI^2} \frac{R_1 I_1^2}{R_2 I_2^2} = 3 \quad (1)$$

$$\begin{cases} I_2 + I_3 = I_1 \\ I_2 R_2 = I_3 R_3 \end{cases} \Rightarrow I_2 + \frac{I_2 R_2}{R_3} = I_1 \Rightarrow I_2 = \frac{I_1}{\left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right)} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{(12 + R_2)^2}{3 \times 18 R_2} = 1 \quad (*)$$

تمام گزینه‌ها را در رابطه * امتحان می‌کنیم:

$$\text{گزینه ۱: } \frac{(12 + 9)^2}{3 \times 18 \times 9} \neq 1$$

$$\text{گزینه ۲: } \frac{(12 + 12)^2}{3 \times 18 \times 12} \neq 1$$

$$\text{گزینه ۳: } \frac{(12 + 15)^2}{3 \times 18 \times 15} \neq 1$$

$$\text{گزینه ۴: } \frac{(12 + 24)^2}{3 \times 18 \times 24} = 1$$

پس گزینه "۴" صحیح است.

گام اول

الف) روی یک لامپ اعداد ۱۰۰ وات و ۲۰۰ وات نوشته شده $\leftarrow P_1 = 100W, V_1 = 200V$

ب) اگر به علت افت ولتاژ، توان مصرفی لامپ ۱۹ درصد کاهش پیدا کند $\leftarrow P_2 = 100 - 19 = 81W$

ج) افت ولتاژ چند ولت خواهد بود؟ $\leftarrow \Delta V = ?$

گام دوم

با استفاده از رابطه توان مصرفی $P = \frac{V^2}{R}$ خواهیم داشت:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{V_2^2}{R}}{\frac{V_1^2}{R}} \Rightarrow \frac{81}{100} = \left(\frac{V_2}{200}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{9}{10} = \frac{V_2}{200} \Rightarrow V_2 = 180V$$

$$\Delta V = 180 - 200 = -20V$$

علامت منفی نشان‌دهنده افت ولتاژ است.

جریانی که از R_V می‌گذرد باید با جریان A_3 جمع شده و وارد مولد شود. $A_3 = 9A$ و جریان کل مولد که A_1 نشان می‌دهد برابر با $20A$ است؛ بنابراین جریان R_V باید $11A$ باشد.

$$A_3 + I_{R_V} = A_1 \Rightarrow 9 + I_{R_V} = 20 \Rightarrow I_{R_V} = 11A$$

در دو حالت، مقدار معادل را به دست آورده و در نهایت با استفاده از نسبت $\frac{I'}{I} = \frac{16}{15}$ ، n را به دست می‌آوریم:

$$\text{حالت اول: } R_{eq} = \frac{R}{n} + R$$

$$\text{حالت دوم: } R'_{eq} = \frac{R}{n+1} + R$$

$$\frac{I'}{I} = \frac{16}{15} \Rightarrow \frac{\frac{\frac{\epsilon}{\frac{R}{n+1} + R}}{\frac{R}{n} + R}}{\frac{\epsilon}{\frac{R}{n+1} + R}} = \frac{16}{15} \Rightarrow \frac{\frac{R}{n} + R}{\frac{R}{n+1} + R} = \frac{16}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{\frac{1}{n} + 1}}{\frac{1}{\frac{1}{n+1} + 1}} = \frac{16}{15} \Rightarrow \frac{(n+1)^2}{n(n+2)} = \frac{16}{15}$$

در اینجا با جایگذاری اعداد گزینه در رابطه فوق، سریع‌تر به جواب خواهیم رسید.

در رابطه فوق $n = 3$ صدق می‌کند.

گام اول

الف) دو سیم فلزی A و B دارای طول و مقاومت الکتریکی مساوی‌اند $\leftarrow I_A = I_B, R_A = R_B$

ب) اگر جرم سیم B، $\frac{2}{3} m_A$ جرم سیم A بوده $\leftarrow m_B = \frac{2}{3} m_A$

ج) چگالی آن، $\frac{1}{3} \rho_A$ چگالی سیم A باشد $\leftarrow \rho_B = \frac{1}{3} \rho_A$ (چگالی)

د) مقاومت ویژه سیم B چندبرابر مقاومت ویژه سیم A است؟ $\leftarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = ?$ (مقاومت ویژه)

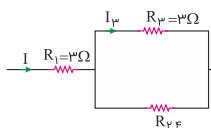
گام دوم

با استفاده از روابط $R = \rho \frac{l}{A}$ و $\rho = \frac{m}{V}$ (چگالی)، نسبت مقاومت ویژه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$R_A = R_B \Rightarrow \rho_A \frac{l_A}{A_A} = \rho_B \frac{l_B}{A_B} \xrightarrow{A=\frac{V}{L}} \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{\frac{V_B}{L_B}}{\frac{V_A}{L_A}}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{\frac{m_B}{m_A}}{\frac{\rho_A}{\rho_A}} = \frac{\frac{2}{3} m_A}{m_A} \times \frac{\rho_A}{\frac{1}{3} \rho_A} = 2$$

با ساده کردن مدار می‌توانیم جریان گذرنده از مقاومت R_3 را با جریان عبوری از R_1 مقایسه کنیم:



$$R_{v,F} = \frac{R_v R_F}{R_v + R_F} = \frac{1 \times \frac{3}{2}}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{3}{5} \Omega$$

$$I_v = \frac{R_{v,F}}{R_{v,F} + R_v} I = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{5} + 3} I = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{18}{5}} I = \frac{1}{6} I$$

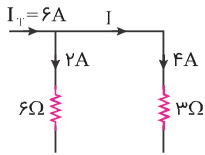
$$P = R I^2 \Rightarrow \frac{P_1}{P_v} = \frac{R_1}{R_v} \left(\frac{I_1}{I_v} \right)^2 = \frac{3}{3} \left(\frac{I}{\frac{1}{6} I} \right)^2 = 36$$

هنگامی توان خروجی مولد در یک مدار بیشینه می‌شود که: $R_T = r$

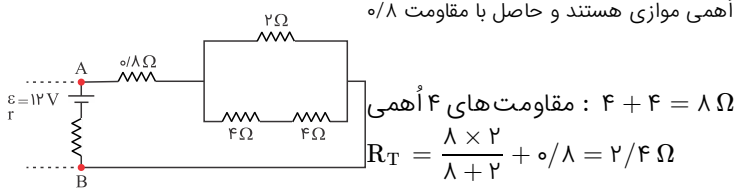
$$R_{\epsilon\Omega, 12\Omega} = \frac{\epsilon \times 12}{\epsilon + 12} = \epsilon \Rightarrow \frac{\epsilon R}{\epsilon + R} = r \Rightarrow R_T = \frac{\epsilon R}{\epsilon + R} = 2 \Rightarrow R = 4\Omega$$

$$I_T = \frac{\epsilon}{R_T + r} = \frac{12\epsilon}{2 + 2} = 6A$$

جریان مقاومت ۳ اهمی دو برابر جریان مقاومت ۶ اهمی است:



بخش سمت راست مدار به صورت شکل زیر است. باتوجه به شکل، اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر است با اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B: $V_{\text{مولد}} = V_{AB}$
 مطابق شکل مشاهده می‌شود مقاومت‌های ۴ اهمی با هم سری بوده و با مقاومت ۲ اهمی موازی هستند و حاصل با مقاومت ۸/۵ اهمی موازی است:



در ادامه داریم:

جریان مقاومت ۲ اهمی : $P_{2\Omega} = R_{2\Omega} I_{2\Omega}^2 \Rightarrow 8 = 2 I_{2\Omega}^2 \Rightarrow I_{2\Omega} = 2A$

$\Rightarrow V_{2\Omega} = I_{2\Omega} R = 2 \times 2 = 4V$

$\Rightarrow V_{4\text{ اهمی‌ها}} = V_{2\Omega} = 4V$

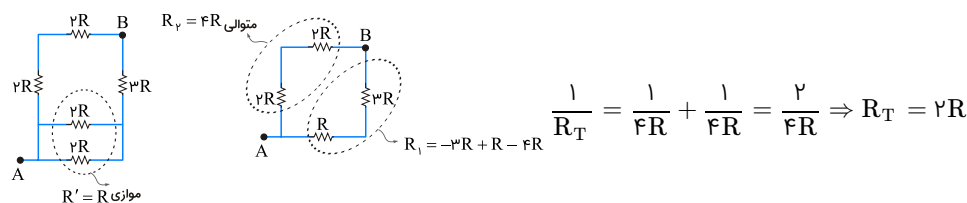
$\Rightarrow I_{4\text{ اهمی‌ها}} \times R_{4\text{ اهمی‌ها}} = 4V \Rightarrow I_{4\text{ اهمی‌ها}} \times 8 = 4 \Rightarrow I_{4\text{ اهمی‌ها}} = 0.5A$

$\Rightarrow I_T = 2 + 0.5 = 2.5A$

$V_{\text{مولد}} = V_{AB} = I_T R_T = 2.5 \times 2/4 = 6V$

مقاومت رئوستا افزایش یافته، درنتیجه مقاومت کل مدار زیاد و جریان کل مدار کاهش می‌یابد (I کاهش).
 چون مقاومت شاخهٔ دربردارندهٔ رئوستا افزایش یافته بنابراین جریان عبوری از آن کاهش می‌یابد، درنتیجه جریان عبوری از شاخهٔ وسط افزایش می‌یابد.

درنهایت R_1 با R_2 موازی‌اند، داریم:



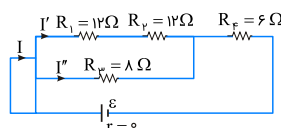
- الف) دو سیم فلزی توپر A و B به طول‌های مساوی $L_A = L_B$ ←
 ب) اگر مقاومت ویژه سیم A، ۳ برابر مقاومت ویژه سیم B باشد $\rho_A = 3\rho_B$ ←
 ج) سطح مقطع سیم A چندبرابر سطح مقطع سیم B است؟ $\frac{A_A}{A_B} = ?$ ←

باتوجه به اینکه مقاومت‌ها و مولد باهم موازی‌اند و با استفاده از رابطه $R = \frac{V}{I}$ ، مقاومت دو سیم A و B را برحسب I و $\mathcal{E}$ به دست آورده و در نهایت از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ استفاده می‌کنیم تا نسبت سطح مقطع دو سیم به دست آید:

$$R_A = \frac{V_A}{I_A}, \quad I_A = \frac{I}{3}, \quad V_A = V_B = \mathcal{E} \Rightarrow R_A = \frac{3\mathcal{E}}{I}$$

$$R_B = \frac{V_B}{I_B}, \quad I_B = \frac{2I}{3} \Rightarrow R_B = \frac{3\mathcal{E}}{2I} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\frac{3\mathcal{E}}{I}}{\frac{3\mathcal{E}}{2I}} = 2, \quad \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A \frac{L_A}{A_A}}{\rho_B \frac{L_B}{A_B}} \Rightarrow 2 = 3 \times \frac{A_B}{A_A} \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = \frac{3}{2}$$

مدار به شکل زیر است.



از معادله $P = \frac{V^2}{R}$ ، برای محاسبه توان مصرفی مقاومت‌ها استفاده می‌کنیم؛ ازطرفی ولتاژ کل، بین مقاومت R_F و $R_{1,2,3}$ تقسیم می‌گردد:

$$R_{1,2} = R_1 + R_2 = 24\Omega$$

$$R_{1,2,3} = \frac{R_{1,2} \times R_3}{R_{1,2} + R_3} = \frac{24 \times 8}{24 + 8} = 6\Omega$$

چون $R_F = R_{1,2,3} = 6\Omega$ است، ولتاژها نیز باهم برابر است ($V_F = V_{1,2,3} = V$) در مقاومت‌های موازی ولتاژها باهم برابر هستند؛ بنابراین داریم:

$$V_3 = V_{1,2} = V_{1,2,3} = V$$

ازطرفی چون مقاومت‌های R_2, R_1 باهم برابر و سری هستند، داریم:

$$V_1 = V_2 = \frac{V_{1,2}}{2} = \frac{V}{2}$$

پس نسبت توان مصرفی مقاومت R_F به توان مصرفی مقاومت R_1 برابر است با:

$$\frac{P_F}{P_1} = \frac{\frac{V_F^2}{R_F}}{\frac{V_1^2}{R_1}} = \frac{V^2}{\frac{V^2}{4}} \times \frac{12}{6} = 8$$

مقاومت ولت‌سنج آرمانی بسیار زیاد است؛ بنابراین اگر ولت‌سنج سر راه جریان اصلی مدار قرار بگیرد، جریان صفر خواهد شد. آمپرسنج صفر را نشان می‌دهد و ولت‌سنج نیروی محرکه مولد را نشان خواهد داد.

$$V = \mathcal{E} - Ir \Rightarrow V = \mathcal{E}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{\mathcal{E}}{\infty} \Rightarrow I = 0$$

وقتی کلید k باز است، مقاومت مدار شامل دو مقاومت ۱۲ اهمی متوالی است:

$$P_1 = \frac{V^2}{R_1} = \frac{\varepsilon^2}{12 + 12} = \frac{12^2}{24} = 6 \text{ W}$$

وقتی کلید k بسته شود، مقاومت‌های ۶ و ۱۲ اهمی باهم موازی و با مقاومت ۱۲ اهمی بالا متوالی می‌شوند:

$$R_2 = \frac{6 \times 12}{6 + 12} + 12 = 16 \Omega \Rightarrow P_2 = \frac{V^2}{R_2} = \frac{\varepsilon^2}{16} = \frac{12^2}{16} = 9 \text{ W}$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 = 9 - 6 = 3 \text{ W}$$

توان مجموعه در حالت موازی : $P_T = P_1 + P_2$

$$\text{توان مجموعه در حالت سری : } \frac{1}{P'_T} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} \Rightarrow \frac{1}{P'_T} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_1} = \frac{2}{P_1} \Rightarrow P_1 = 2 \times 40 = 80 \text{ W}$$

$$P_T = P_1 + P_2 = 2P_1 = 2 \times 80 = 160 \text{ W}$$

$$R = \rho \frac{L}{A} = 1/7 \times 10^{-8} \times \frac{30}{\pi r^2} = 1/7 \times 10^{-8} \times \frac{30}{3 \times (1 \times 10^{-3})^2} = 17 \times 10^{-2} \Omega$$

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{17^2}{17 \times 10^{-2}} = \frac{17 \times 17}{17 \times 10^{-2}} = \frac{17}{10^{-2}} = 1700 \text{ W}$$

گام اول

الف) سیمی به طول ۲۵ متر ← $L = 25 \text{ m}$

ب) اختلاف پتانسیل ۳ ولت در دو سر آن برقرار است ← $V = 3 \text{ V}$

ج) جریان ۱/۲ آمپر عبور می‌کند ← $I = 1/2 \text{ A}$

د) مقاومت ویژه سیم $1/8 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$ و چگالی آن 8 g/cm^3

$$\rho_1 = 1/8 \times 10^{-8} \Omega \text{ m} \quad \text{مقاومت ویژه سیم} \quad , \quad \rho_2 = 8 \text{ g/cm}^3 = 8000 \text{ kg/m}^3 \quad \text{چگالی}$$

ه) جرم سیم چند گرم است؟ ← $m = ?$

گام دوم

از قانون اهم داریم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{3}{1/2} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2}$$

و رابطه مقاومت با ساختمان رسانا (مقاومت ویژه ρ_1):

$$R = \rho_1 \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{5}{2} = 1/8 \times 10^{-8} \times \frac{25}{A}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1/8 \times 10^{-8} \times 2 \times 25}{5} = 18 \times 10^{-8} \text{ m}^2$$

از رابطه چگالی، جرم سیم را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_2 = \frac{m}{V} = \frac{m}{A \cdot L} \Rightarrow 8000 = \frac{m}{18 \times 10^{-8} \times 25} \Rightarrow m = 0.036 \text{ kg} = 36 \text{ g}$$

الف) دو سیم هم‌طول مسی و آلومینیومی $\ell_{Cu} = \ell_{Al} \leftarrow$

ب: در یک دمای معین، دارای مقاومت الکتریکی مساوی‌اند $R_{Cu} = R_{Al} \leftarrow$

ج) اگر چگالی مس و آلومینیوم به ترتیب 9 g/cm^3 و 2.7 g/cm^3 $\leftarrow$ و $\rho_{Cu} = 9 \text{ g/cm}^3$ و $\rho_{Al} = 2.7 \text{ g/cm}^3$

د) مقاومت ویژه مس $\frac{1}{\rho}$ برابر مقاومت ویژه آلومینیوم باشد $\leftarrow \frac{\rho'_{Cu}}{\rho'_{Al}} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ مقاومت ویژه ρ' :

هـ) جرم سیم آلومینیومی چندبرابر جرم سیم مسی است؟ $\leftarrow \frac{m_{Al}}{m_{Cu}}$

با استفاده از روابط زیر خواهیم داشت:

$$R = \rho' \frac{\ell}{A} \Rightarrow \frac{R_{Cu}}{R_{Al}} = \frac{\rho'_{Cu} \frac{\ell_{Cu}}{A_{Cu}}}{\rho'_{Al} \frac{\ell_{Al}}{A_{Al}}}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} \Rightarrow \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} = 2$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow \frac{m_{Al}}{m_{Cu}} = \frac{\rho_{Al} V_{Al}}{\rho_{Cu} V_{Cu}} \xrightarrow{V=A\ell}$$

$$\frac{m_{Al}}{m_{Cu}} = \frac{2.7}{9} \times \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} \times 1 = 0.3 \times 2 = 0.6 = \frac{3}{5}$$

با افزایش مقاومت R_2 ، مقاومت معادل کل مدار افزایش می‌یابد. از طرفی نیروی محرکه مولد ثابت است؛ پس جریان الکتریکی کل مدار (I) کاهش می‌یابد.

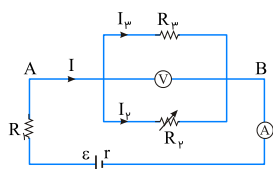
باتوجه به شکل، R_2 و R_3 و ولت‌سنج با یکدیگر موازی هستند؛ لذا اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها باهم برابر است:

$$V_3 = V_2 = V_{\text{ولت‌سنج}} \quad (1)$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_3 را محاسبه می‌کنیم:

$$V_3 = \varepsilon - rI - R_1 I \quad (2)$$

از رابطه (۲) داریم: جریان الکتریکی کل I کاهش می‌یابد و مقادیر ε و r و R_1 ثابت هستند، لذا V_3 افزایش می‌یابد؛ و در نتیجه طبق رابطه (۱) اختلاف پتانسیلی که ولت‌سنج نشان می‌دهد نیز افزایش می‌یابد.



مطابق شکل، جریان I' را به دو روش می‌توان در نظر گرفت:

الف: مجموع جریان I' و جریان گذرنده از مقاومت ۶ اهمی برابر با جریان کل است که به باتری می‌رود.

ب: جریان I' مجموع جریان گذرنده از مقاومت ۱۰ اهمی و مقاومت ۳ اهمی (داخل شاخه) است.

بنابراین کافی است جریان کل مدار و جریان گذرنده از مقاومت‌ها را محاسبه کنیم.

ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:

مقاومت معادل و جریان مدار را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{۳ \times ۶}{۳ + ۶} = ۲ \Omega \Rightarrow ۲ + ۸ = ۱۰ \Omega \Rightarrow \frac{۱۰ \times ۱۰}{۱۰ + ۱۰} = ۵ \Omega$$

$$R_{eq} = ۵ + ۳ = ۸ \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{۳۰}{۸ + ۲} = ۳ A$$

جریان $۳ A$ بعد از عبور از مقاومت ۳ اهمی سمت چپ، بین دو شاخه به تساوی تقسیم می‌شود: $\frac{۳ A}{۲} = ۱/۵ A$
جریان $۱/۵ A$ بین مقاومت‌های ۳ و ۶ اهمی موازی، تقسیم می‌شود، طوری‌که $۱ A$ از ۳ اهمی و $۰/۵ A$ از ۶ اهمی می‌گذرد.
حال از روش (الف) داریم:

$$I' = I_{۱۰\Omega} + I_{۳\Omega} = ۱/۵ + ۱ = ۲/۵ A$$

و یا از روش (ب) نیز داریم:

$$I' + I_۶ = I \Rightarrow I' + ۰/۵ = ۳ \Rightarrow I' = ۲/۵ A$$

طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ نتیجه می‌گیریم که توان مصرفی با مقاومت مدار نسبت وارون دارد.

هنگامی‌که هر دو کلید بسته شوند، مقاومت‌ها موازی‌شده و مقاومت مدار کمترین مقدار و توان مصرفی مدار بیشترین مقدار را خواهند داشت:

$$R_{min} = \frac{۲ \times ۸ \times ۸}{۳} \Omega$$

اگر فقط کلید شاخهٔ بالا بسته شود، مقاومت مدار بیشترین مقدار و توان مصرفی مدار کمترین مقدار را خواهند داشت:

$$R_{max} = ۲ \times ۸ \times ۸ \Omega$$

$$\frac{P_{max}}{P_{min}} = \frac{\frac{V^2}{R_{min}}}{\frac{V^2}{R_{max}}} = \frac{R_{max}}{R_{min}} = \frac{۲ \times ۸ \times ۸}{\frac{۲ \times ۸ \times ۸}{۳}} = ۳$$

وقتی باتری به مدار وصل نیست، ولت‌سنج نیروی محرکهٔ آن را نشان می‌دهد.

$$V = \varepsilon = ۱۲ V$$

$$V = IR = \frac{\varepsilon}{R + r} R \Rightarrow ۹/۶ = \frac{۱۲}{۸ + r} \times ۸ \Rightarrow ۸ + r = ۱۰ \Rightarrow r = ۲ \Omega$$

مقاومت ۱۲Ω سمت راست مدار اتصال کوتاه شده است.

$$R_{eq} = ((۱۲ \parallel ۶) \parallel ۴) = ۲ \Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{۶}{۲ + ۲} = ۱/۵ A$$

$$V_{۱۲\Omega} = \varepsilon - rI' = ۶ - ۲ \times ۱/۵ = ۳ V$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{۳}{۱۲} = ۰/۲۵ A$$

ابتدا نیروی محرکه القایی را در سه بازه زمانی مختلف به دست آورده و در نهایت نمودار آهنگ تولید انرژی گرمایی برحسب زمان را رسم می‌کنیم:

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -N \frac{A \cos \theta \Delta B}{\Delta t} \xrightarrow[\cos \theta = 1]{A = 0.01 \pi m^2} \varepsilon = -1 \times 0.01 \times 3 \times 1 \times \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

بازه ۰ تا ۰/۰۱:

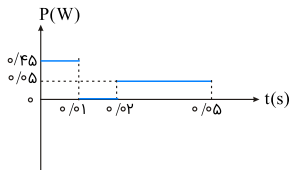
$$\varepsilon = -0.03 \times \frac{0/\omega}{0/01} = -1/\omega V \Rightarrow P = \frac{\varepsilon^2}{R} = \frac{1/2\omega}{\omega} = 0.4\omega W$$

بازه ۰/۰۱ تا ۰/۰۲:

$$\varepsilon = -0.03 \times 0 = 0 \Rightarrow P = 0$$

بازه ۰/۰۲ تا ۰/۰۵:

$$\varepsilon = -0.03 \times \frac{-0/\omega}{0/03} = 0/\omega V \Rightarrow P = \frac{\varepsilon^2}{R} = \frac{0/2\omega}{\omega} = 0.05W$$



گام اول: زمان داده شده روی نمودار برابر با $\frac{\omega T}{4}$ است. پس T برابر است با:

$$\frac{\omega T}{4} = \frac{1}{320} \Rightarrow T = \frac{1}{400} s$$

گام دوم: معادله جریان متناوب را با استفاده از $I = I_m \sin(\frac{2\pi}{T}t)$ می‌نویسیم:

$$I = \omega \sqrt{L} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = \omega \sqrt{L} \sin(400\pi t)$$

گام سوم: در معادله به جای t ، لحظه $\frac{1}{320} s$ را قرار می‌دهیم:

$$I = \omega \sqrt{L} \sin(400\pi t) = \omega \sqrt{L} \sin(400\pi \times \frac{1}{3200})$$

$$\Rightarrow I = \omega \sqrt{L} \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) = \omega \sqrt{L} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \omega A$$

باتوجه به ثابت بودن مساحت سطح حلقه و زاویه بین میدان و سطح داریم:

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -N A \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$\frac{\Delta B}{\Delta t}$ در نمودار $B - t$ برابر با شیب خط است:

$$\text{شیب خط} = \frac{\Delta B}{\Delta t} = -\frac{0/1}{40 \times 10^{-3}} = \frac{-100}{40} = 2.5 T/s$$

حالا نیرو محرکه القایی را محاسبه می‌کنیم:

$$\varepsilon = -100 \times 40 \times 10^{-3} \times 2.5 \Rightarrow \varepsilon = 40 V$$

گام اول: جریان گذرنده از سیملوله را محاسبه می‌کنیم:

$$U = \frac{1}{\gamma} LI^2 \Rightarrow \frac{F}{10} = \frac{1}{\gamma} \times \frac{5}{100} I^2 \Rightarrow I^2 = 16 \Rightarrow I = 4 \text{ A}$$

گام دوم: از رابطه $B = \mu_0 \frac{N}{L} I$ میدان درون سیملوله را به دست می‌آوریم:

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I = 12 \times 10^{-7} \times \frac{100}{8 \times 10^{-2}} \times 4 = 6 \times 10^{-3} \text{ T} = 60 \text{ G}$$

از فرمول قانون فاراده استفاده می‌کنیم:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{0 - 2 \times 10^{-3}}{10^{-2}} = 0.2 \text{ V}$$

نیروی محرکه القایی ثابت و از $t = 0$ تا $t = 0.2 \text{ s}$ برابر با 0.2 V است.

نکته: بدون محاسبه می‌توان به نتیجه رسید $\leftarrow$ شیب نمودار $\phi - t$ با علامت منفی برابر با نیروی محرکه القایی است. چون شیب نمودار ثابت و منفی است، بنابراین نیروی محرکه القایی باید ثابت و مثبت باشد و تنها نمودار گزینه ۲ بیانگر این مطلب است.

$$B_1 = 0.1 \text{ T}$$

$$B_2 = -0.1 \text{ T}$$

$$\Delta t = 0.25 \text{ s}$$

$$A = 100 \text{ cm}^2 \times 10^{-4} = 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$\varepsilon = -NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\varepsilon = -1 \times 10^{-2} \times 1 \frac{-0.1 - 0.1}{0.25} = 8 \times 10^{-3} \text{ V}$$

$$\varepsilon = 8 \times 10^{-3} \times 10^3 = 8 \text{ mV}$$

$$I_{\max} = 6 \text{ A}$$

$$T + \frac{T}{f} = \frac{1}{f_0} \Rightarrow T = \frac{1}{50} \text{ s}$$

$$I = I_{\max} \sin \frac{\pi}{T} t$$

$$I = 6 \sin \frac{\pi}{\frac{1}{50}} \times \frac{1}{f_{00}} = 3\sqrt{2} \text{ A}$$

$$U = \frac{1}{\gamma} LI^2$$

$$72 = \frac{1}{\gamma} L \times 9 \times 2 \Rightarrow L = 8 \text{ mH}$$

اگر انگشت شست دست راست را در جهت میدان مرکز حلقه قرار دهیم، جهت بسته شدن چهار انگشت، جهت جریان حلقه را نشان می‌دهد. همچنین اندازهٔ میدان مغناطیسی داخل حلقه بزرگتر از بیرون حلقه است.

شرط عدم انحراف الکترون در دو میدان الکتریکی و مغناطیسی آن است که نیروهای این دو میدان بر الکترون مساوی و خلاف جهت هم باشند. همچنین می‌دانیم میدان الکتریکی نیرویی خلاف جهت خودش به بار منفی وارد می‌کند.

$$F_E = F_B$$

$$Eq = qvB$$

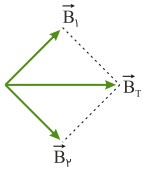
$$E = vB$$

$$E = 2 \times 10^5 \times 40 \times 10^{-4}$$

$$E = 800 \text{ N/C}$$

$$\vec{E} = 800 \vec{j}$$

ابتدا با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان هریک از سیم‌ها را در نقطه M تعیین می‌کنیم و سپس برآیند آن‌ها را رسم می‌کنیم. باتوجه به شکل زیر بردار میدان مغناطیسی برآیند در نقطه M در جهت محور x است.



شار مغناطیسی از رابطه $\Phi = BA \cos \theta$ به دست می‌آید که در این رابطه، θ زاویه نیم‌خط عمود بر سطح با خطوط میدان است. در صورت سؤال زاویه خطوط میدان با سطح حلقه داده شده است که متمم زاویه θ است؛ پس θ و در نتیجه شار مغناطیسی برابر است با:

$$\theta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\Phi = BA \cos \theta = (4 \times 10^{-3}) \times (200 \times 10^{-4}) \times \cos 30^\circ$$

$$\Rightarrow \Phi = 8 \times 10^{-5} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

دو قطبی‌های مواد پارامغناطیسی به صورت کاتوره‌ای سمت‌گیری می‌کنند و میدان مغناطیسی خالص ایجاد نمی‌کنند، اما با قرار دادن مواد پارامغناطیسی در میدان مغناطیسی قوی، دوقطبی‌های مغناطیسی آنها به مقدار مختصری در راستای خط‌های میدان، منظم می‌شوند و با دور کردن آهنربا، دوقطبی آنها دوباره به صورت کاتوره‌ای سمت‌گیری می‌کنند.

اتم‌های مواد دیامغناطیس به‌طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی هستند (رد گزینه‌های ۱ و ۲)؛ با این وجود حضور میدان مغناطیسی خارجی، می‌تواند سبب القای دو قطبی در خلاف سوی میدان خارجی شود.

مطابق قانون لنز جهت جریان القایی در یک مدار بسته همواره در جهتی است که با عامل به وجود آورنده‌اش مخالفت می‌کند. در (۱) میدان مغناطیسی درون حلقه در حال افزایش است، پس باید جریان پادساعت‌گرد باشد و در (۲) میدان مغناطیسی درون حلقه ثابت است، پس جریان القایی صفر است و در (۳) میدان مغناطیسی درون حلقه در حال کاهش است و جریان ساعت‌گرد است یعنی گزینه "۱" صحیح است.

گام اول

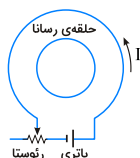
الف) یک میله فلزی به طول $۳۰ \text{ سانتی‌متر} \leftarrow ۰/۳ \text{ m}$
 ب) در یک میدان مغناطیسی یکنواخت با سرعت $۲ \text{ m/s} \leftarrow v$
 ج) در راستای عمود بر خطوط میدان حرکت می‌کند $\leftarrow \varepsilon = BvL$
 د) اگر اندازه میدان مغناطیسی $۰/۰۵ \text{ تسلا}$ باشد، نیروی محرکه القاشده در این میله چند میلی‌ولت است؟ $\leftarrow \varepsilon = ? \text{ (mV)}$ ، $B = ۰/۰۵ \text{ T}$

گام دوم

با استفاده از رابطه $\varepsilon = BvL$ داریم:

$$\varepsilon = BvL = ۰/۰۵ \times ۲ \times ۰/۳ = ۰/۰۳ \text{ V} = ۳۰ \text{ mV}$$

باتوجه به شکل، هنگامی که لغزنده رنوستا در حال حرکت به سمت چپ باشد، مقاومت آن و در نهایت مقاومت کل مدار افزایش می‌یابد؛ در نتیجه جریان I کاهش می‌یابد. از طرفی با استفاده از قانون دست راست، میدان مغناطیسی ناشی از جریان I در مدار برون‌سو است که با کاهش جریان، این میدان مغناطیسی نیز کاهش می‌یابد. پس باتوجه به قانون لنز، جریان در حلقه رسانا طوری ایجاد می‌شود که با کاهش میدان مغناطیسی برون‌سوی مدار، مخالفت کند؛ بنابراین جهت جریان القایی در حلقه رسانا، پادساعتگرد است.



نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی را به دست می‌آوریم:

$$F = BIL \sin \alpha$$

$$B = ۵۰۰ \text{ G} = ۵۰۰ \times ۱۰^{-۴} \text{ T} \Rightarrow F = ۵۰۰ \times ۱۰^{-۴} \times ۲۵ \times ۰/۸ \times \sin ۳۷^\circ$$

$$\Rightarrow F = ۵ \times ۱۰^{-۲} \times \underbrace{۲۵ \times ۰/۸}_{۲۰} \times ۰/۶ = ۱۰۰ \times ۱۰^{-۲} \times ۰/۶ = ۰/۶ \text{ N}$$

طبق قانون دست راست نیروی F قائم و روبه پایین است.
 بنابراین گزینه "۲" صحیح است.

باتوجه به قانون القای الکترومغناطیس فارادی و باتوجه به اینکه در مسئله میدان مغناطیسی تغییر کرده است، داریم:

$$A = \pi r^2 \Rightarrow A = ۳ \times (۰/۱)^2 = ۳ \times ۱۰^{-۲}$$

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta B \cdot A \cdot \cos \theta}{\Delta t} \xrightarrow[N=1 \text{ یک حلقه}]{\cos \theta=1 \text{ حلقه عمود بر میدان}} \varepsilon = -۳ \times ۱۰^{-۲} \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\text{از } ۰/۱ \text{ تا } ۰/۱۵ \Rightarrow \varepsilon_1 = -۳ \times ۱۰^{-۲} \times \frac{۰/۵ - ۰}{۰/۱ - ۰} = -۳ \times ۱۰^{-۲} \times ۵ = -۰/۱۵$$

$$\text{از } ۰/۱۵ \text{ تا } ۰/۲ \Rightarrow \Delta B = ۰ \Rightarrow \varepsilon_2 = ۰$$

$$\text{از } ۰/۲ \text{ تا } ۰/۳ \Rightarrow \varepsilon_3 = -۳ \times ۱۰^{-۲} \times \frac{۰ - ۰/۵}{۰/۳ - ۰/۲} = -۳ \times ۱۰^{-۲} \times \frac{-۰/۵}{۰/۱} = +۱۵ \times ۱۰^{-۲} = +۰/۱۵$$

که نمودار گزینه "۱" چنین مقادیری را برای نیروی محرکه الکتریکی نشان می‌دهد.

روش اول:

نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک، طبق رابطهٔ ضرب خارجی زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$\downarrow$
 ضرب خارجی

پس ابتدا ضرب خارجی دو بردار را می‌یابیم:

$$\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 10^5 & \sqrt{3} \times 10^5 & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{vmatrix} = \mathbf{i}(0 - 0) - \mathbf{j}(0 - 0) + \mathbf{k}\left(-\frac{1}{2} \times 10^5 - \frac{3}{2} \times 10^5\right)$$

$$= -2 \times 10^5 \mathbf{k} \Rightarrow |\mathbf{v} \times \mathbf{B}| = 2 \times 10^5$$

بنابراین:

$$\mathbf{F} = q_e(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = 1/6 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^5 = 3/2 \times 10^{-14}$$

روش دوم:

برای محاسبهٔ نیروی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک در میدان مغناطیسی از رابطهٔ $\mathbf{F} = q\mathbf{vB} \sin \alpha$ استفاده می‌کنیم. در این رابطه به زاویهٔ بین بردارهای سرعت و میدان مغناطیسی نیاز داریم. برای محاسبهٔ این زاویه می‌توانیم از ضرب نقطه‌ای دو بردار کمک بگیریم:

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{(1 + 3) \times 10^{10}} = 2 \times 10^5$$

$$|\mathbf{B}| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = 1$$

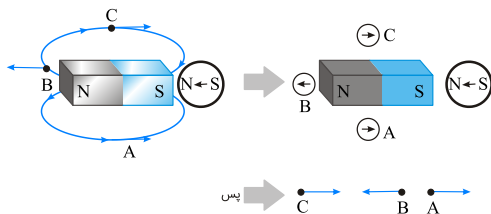
$$\vec{v} \cdot \vec{B} = |\mathbf{v}| |\mathbf{B}| \cos \alpha \Rightarrow (10^5 \times \frac{\sqrt{3}}{2}) + \left(\sqrt{3} \times 10^5 \times (-\frac{1}{2})\right) = 2 \times 10^5 \times 1 \times \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \underbrace{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}_{=0} \times 10^5 = 2 \times 10^5 \times \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

بنابراین:

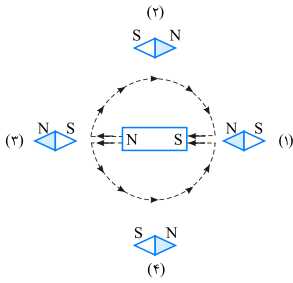
$$\mathbf{F} = q\mathbf{vB} \sin \alpha \Rightarrow \mathbf{F} = 1/6 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^5 \times \sin 90^\circ = 3/2 \times 10^{-14}$$

جهت میدان مغناطیسی در خارج آهنربا از N خارج و به S وارد می‌شود و در هر نقطه میدان مغناطیسی مماس بر مسیر است، پس:



بنابراین گزینهٔ "۱" صحیح است.

شکل زیر جهت خطوط میدان الکترومغناطیسی را در اطراف آهنربا نشان می‌دهد. باتوجه به شکل زیر با حرکت عقربه دور مسیر دایره‌ای می‌توان میزان دوران عقربه را نسبت حالت اولش محاسبه کرد؛ با حرکت عقربه از مسیر ۱ به مسیر ۲، ۱۸۰ درجه دوران می‌کند. از مسیر ۲ به مسیر ۳، ۱۸۰ درجه تغییر جهت می‌دهد؛ دوباره از مسیر ۳ به ۴، ۱۸۰ درجه تغییر جهت می‌دهد؛ و نهایتاً از مسیر ۴ به ۱، ۱۸۰ درجه دوران می‌کند؛ درنتیجه عقربه با حرکت کامل دور دایره، $720^\circ = 4 \times 180^\circ$ دوران می‌کند.



گزینه ۲

۱۰۳

با حرکت میله فلزی و به دلیل افزایش سطح حلقه، شار مغناطیسی تغییر می‌کند. چون میدان مغناطیسی در سطح حلقه یکنواخت است، پس می‌توانیم شار مغناطیسی را از رابطه $\Phi = BA \cos \theta$ محاسبه کنیم. از طرفی زاویه نیم‌خط عمود بر سطح حلقه با جهت میدان $\vec{B}$ صفر است ($\theta = 0$)، در نتیجه $\Phi = BA$. از قانون القای فارادی $\mathcal{E} = -B \frac{\Delta A}{\Delta t}$ ، که در آن برای محاسبه $\frac{\Delta A}{\Delta t}$ ، باتوجه به اینکه میله در مدت Δt مسافت $v \Delta t$ را طی می‌کند و لذا سطح حلقه به مقدار $\Delta A = lv \Delta t$ افزایش می‌یابد. بنابراین اندازه نیروی محرکه القایی را داریم:

$$|\mathcal{E}| = \left| -B \frac{lv \Delta t}{\Delta t} \right| = Blv$$

از طرفی برای مدار رابطه زیر را داریم:

$$\mathcal{E} = IR$$

اکنون از تساوی این دو رابطه می‌توانیم سرعت را به دست آوریم:

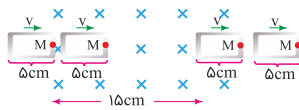
$$R = 0.2 \, \Omega, \quad I = 0.5 \, A, \quad B = 0.1 \, T, \quad L = 0.25 \, m$$

$$\begin{cases} \mathcal{E} = BvL \\ \mathcal{E} = RI \end{cases} \Rightarrow RI = BvL \Rightarrow v = \frac{0.2 \times 0.5}{0.1 \times 0.25} = 4 \, m/s$$

گزینه ۳

۱۰۴

برای ساده‌تر شدن بررسی حرکت قاب بهتر است یک ذره جلوی قاب مثل M را در نظر بگیریم:



$$\Delta t_1 = \frac{L}{v} = \frac{5 \times 10^{-2} \, m}{2 \, m/s} = 2.5 \times 10^{-2} \, s = 25 \, ms$$

مدت زمانی که طول می‌کشد تا قاب به طور کامل وارد میدان شود:

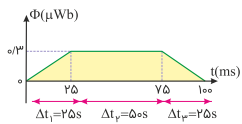
$$\Delta t_2 = \frac{(15 - 5) \times 10^{-2} \, m}{2 \, m/s} = 5 \times 10^{-2} \, s = 50 \, ms$$

مدت زمان حرکت قاب داخل میدان:

$$\Delta t_3 = \frac{5 \times 10^{-2} \, m}{2 \, m/s} = 2.5 \times 10^{-2} \, s = 25 \, ms$$

مدت زمانی که طول می‌کشد تا قاب به طور کامل از میدان خارج شود:

$$\phi_{\max} = BA = 2 \times 10^{-2} \times (3 \times 5) \times 10^{-2} = 30 \times 10^{-8} \, Wb \times 10^6 = 0.3 \, \mu Wb$$



گزینه ۲

۱۰۵

فقط مؤلفه‌ای از میدان مغناطیسی می‌تواند به سیم نیرو وارد کند که بر آن عمود باشد:

$$F = BIL \sin \alpha \Rightarrow F = B_x I_y L \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow F = 0.6 \times 50 \times 0.2 = 6 \, N$$

با استفاده از قاعده دست راست جهت نیرو به سمت داخل صفحه است.

باتوجه به رابطه میدان مغناطیسی حاصل از حلقه حامل جریان، می‌توانیم یکای کمیت μ_0 را محاسبه کنیم:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{rR} \Rightarrow \mu_0 = \frac{B(rR)}{NI} \Rightarrow [\mu_0] = \frac{[T] \cdot [m]}{[A]}$$

یا باتوجه به رابطه میدان مغناطیسی حاصل از سیمولوله حامل جریان داریم:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{\ell} \Rightarrow \mu_0 = \frac{B\ell}{NI} \Rightarrow [\mu_0] = \frac{[T] \cdot [m]}{[A]}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon &= N \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \\ IR &= N \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta q}{\Delta t} R = N \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q \times R = N \Delta\phi \\ \Delta q \times 10 &= 200 \times 0.05 \Rightarrow \Delta q = 1 C \end{aligned}$$

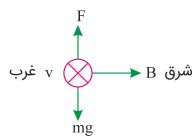
مواد فرومغناطیس به دو دسته تقسیم می‌شوند: فرومغناطیس سخت و نرم. در مواد فرومغناطیس سخت حجم حوزه‌های مغناطیسی به سختی تغییر می‌کند و همچنین پس از خروج از میدان مغناطیسی خارجی حجم این حوزه‌ها به حالت اول بر نمی‌گردد مانند فولاد. به همین دلیل از این مواد برای ساختن آهنربای دائمی استفاده می‌شود. در مواد فرومغناطیس نرم حجم حوزه‌های مغناطیسی به راحتی تغییر می‌کند و پس از خروج از میدان مغناطیس خارجی مجدداً به حالت اولیه بر می‌گردد؛ مانند آهن. از این مواد برای ساختن آهنربای موقت استفاده می‌شود.

روش ساده و کوتاه: چون جریان سیم‌ها خلاف جهت هم هستند، بنابراین در نقاط بین دو سیم میدان‌ها باهم جمع می‌شوند. همچنین چون نقطه C به سیم حامل جریان قوی‌تر نزدیک‌تر است، میدان در این نقطه قوی‌تر از میدان در نقطه B است. تنها گزینه‌ای که می‌تواند درست باشد گزینه ۴ است.

$$B_C > B_B$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 200 \times 5}{0.6} = 2 \times 10^{-3} T$$

ابتدا جهت میدان را تعیین می‌کنیم:



میدان مغناطیسی به سمت شرق است.

$$F = mg \Rightarrow |q| v B = mg$$

$$\Rightarrow 50 \times 10^{-6} \times 2/5 \times 10^3 \times B = 5 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow B = 0.4 T$$

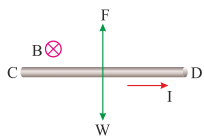
هنگامی از طرف میله به فلزها نیرو وارد نمی‌شود که نیروی مغناطیسی وارد بر میله وزن آن را خنثی کند.

با روش دست راست جهت جریان در میله را تعیین می‌کنیم.

پس جهت جریان از C به D است.

حال اندازه جریان را محاسبه می‌کنیم:

$$F = mg \Rightarrow BIL \sin \alpha = mg \Rightarrow 0.4 \times I \times 0.8 = 0.16 \times 10 \Rightarrow I = 5 A$$



گزینه ۱

۱۱۳

$$\underset{\substack{\downarrow \\ \text{ولت (V)}}}{\varepsilon} = - \underset{\substack{\downarrow \\ \text{تعداد حلقه‌ها (بدون یکا)}}}{N} \underset{\substack{\downarrow \\ s}}{\frac{\overset{Wb}{\Delta \phi}}{\Delta t}}$$

گزینه ۴

۱۱۴

$$\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -10^3 \times \frac{|\Delta \vec{B}| A \cos \theta}{\Delta t}$$

$$|\bar{\varepsilon}| = \left| -10^3 \times \frac{(0/0.4 - (-0/0.4)) \times 0.0 \times 10^{-2} \times 1}{0/0.1} \right| = 40 \text{ V}$$

گزینه ۳

۱۱۵

گزینهٔ "۳" صحیح است.